Гимназия 1543, 10-В класс, программа зачёта.

Теоретические вопросы к 2 зачёту.

1) Групповая структура на множестве. Доказать, что группами являются: $\mathbb{Z}_n$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}^*_+$, S_n. Циклические группы. Изоморфизмы групп. Доказать, что $\mathbb{Z}_6$ изоморфна $\mathbb{Z}^*_7$. Доказать, что $\mathbb{R}^*_+$ изоморфна $\mathbb{R}$. Свободная группа: определение, корректность.

2) Подгруппа группы. Доказать, что пересечение подгрупп есть подгруппа. Разбиение группы на смежные классы по подгруппе. Порядок группы, порядок элемента. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы. Доказать, что Z^*_n — группа, найти её порядок. Теорема Эйлера. Теорема Вильсона.

3) Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Нормальный делитель и факторгруппа по нему. Критерий нормальности подгруппы и корректность определения факторгруппы. Группа смежных классов по нормальной подгруппе. Нетранзитивность отношения “быть нормальным делителем”.

4) Коммутатор элементов группы и коммутант группы. Доказать, что сопряжение относительно элемента g ($x \to g^{-1}xg$) является эндоморфизмом (гомоморфизмом группы в себя). Доказать, что коммутант инвариантен относительно сопряжения (а, следовательно, нормален), а факторгруппа по коммутанту абелева. Найти коммутанты групп S_3 и D_4 и факторгруппы этих групп по коммутантам.

5) Движения в простанстве. Лемма о 4 гвоздях. Простейшие движения: сдвиг, поворот, симметрии (относительно точки, прямой, плоскости), их композиции. Сложные движения: поворотное отражение, скользящее отражение, винтовое движение. Доказать, что любое движение есть композиция не более, чем 4 зеркальных симметрий. Группы самосовмещений правильного тетраэдра и куба: их порядок и элементы.

Гимназия 1543, 10-В класс, программа зачёта.

Теоретические вопросы к 2 зачёту.

1) Групповая структура на множестве. Доказать, что группами являются: $\mathbb{Z}_n$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}^*_+$, S_n. Циклические группы. Изоморфизмы групп. Доказать, что $\mathbb{Z}_6$ изоморфна $\mathbb{Z}^*_7$. Доказать, что $\mathbb{R}^*_+$ изоморфна $\mathbb{R}$. Свободная группа: определение, корректность.

2) Подгруппа группы. Доказать, что пересечение подгрупп есть подгруппа. Разбиение группы на смежные классы по подгруппе. Порядок группы, порядок элемента. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы. Доказать, что Z^*_n — группа, найти её порядок. Теорема Эйлера. Теорема Вильсона.

3) Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Нормальный делитель и факторгруппа по нему. Критерий нормальности подгруппы и корректность определения факторгруппы. Группа смежных классов по нормальной подгруппе. Нетранзитивность отношения “быть нормальным делителем”.

4) Коммутатор элементов группы и коммутант группы. Доказать, что сопряжение относительно элемента g ($x \to g^{-1}xg$) является эндоморфизмом (гомоморфизмом группы в себя). Доказать, что коммутант инвариантен относительно сопряжения (а, следовательно, нормален), а факторгруппа по коммутанту абелева. Найти коммутанты групп S_3 и D_4 и факторгруппы этих групп по коммутантам.

5) Движения в простанстве. Лемма о 4 гвоздях. Простейшие движения: сдвиг, поворот, симметрии (относительно точки, прямой, плоскости), их композиции. Сложные движения: поворотное отражение, скользящее отражение, винтовое движение. Доказать, что любое движение есть композиция не более, чем 4 зеркальных симметрий. Группы самосовмещений правильного тетраэдра и куба: их порядок и элементы.

Гимназия 1543, 10-В класс, программа зачёта.

Теоретические вопросы к 2 зачёту.

1) Групповая структура на множестве. Доказать, что группами являются: $\mathbb{Z}_n$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}^*_+$, S_n. Циклические группы. Изоморфизмы групп. Доказать, что $\mathbb{Z}_6$ изоморфна $\mathbb{Z}^*_7$. Доказать, что $\mathbb{R}^*_+$ изоморфна $\mathbb{R}$. Свободная группа: определение, корректность.

2) Подгруппа группы. Доказать, что пересечение подгрупп есть подгруппа. Разбиение группы на смежные классы по подгруппе. Порядок группы, порядок элемента. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы. Доказать, что Z^*_n — группа, найти её порядок. Теорема Эйлера. Теорема Вильсона.

3) Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Нормальный делитель и факторгруппа по нему. Критерий нормальности подгруппы и корректность определения факторгруппы. Группа смежных классов по нормальной подгруппе. Нетранзитивность отношения “быть нормальным делителем”.

4) Коммутатор элементов группы и коммутант группы. Доказать, что сопряжение относительно элемента g ($x \to g^{-1}xg$) является эндоморфизмом (гомоморфизмом группы в себя). Доказать, что коммутант инвариантен относительно сопряжения (а, следовательно, нормален), а факторгруппа по коммутанту абелева. Найти коммутанты групп S_3 и D_4 и факторгруппы этих групп по коммутантам.

5) Движения в простанстве. Лемма о 4 гвоздях. Простейшие движения: сдвиг, поворот, симметрии (относительно точки, прямой, плоскости), их композиции. Сложные движения: поворотное отражение, скользящее отражение, винтовое движение. Доказать, что любое движение есть композиция не более, чем 4 зеркальных симметрий. Группы самосовмещений правильного тетраэдра и куба: их порядок и элементы.